



## 1 緒言

Society5.0 の実現に向けたフラッグシッププロジェクトとして、次世代モビリティシステムの研究開発が進められている。少子高齢化による人手不足の深刻化、高齢ドライバーの相次ぐ事故など国内の社会要請に対して、完全自動化運転システムの構築は、有望な解決策とされている。自動運転 (automated vehicle control system ; AVCS 車両) では、前後車両の相互情報共有により、車間距離を最小化し、停止時の再起動を含めた先行車両ダイナミクスに追従する時間遅れを最小化することで、群競争 (platoon) 走行を可能にし、大域的な交流流量 (フラックス) を最大化する。ところで、自動運転システムが実装・普及段階に達した際には、社会には過渡的に群協調する自動運転車両と従来通り人間が運転する人運転車両とが混在することになる。その場合、刻一刻とローカル情報に基づく状況判断を下し、かつ自己利得最大化 (自車両の移動時間 (平均速度) を最小 (大) 化する人運転車両の利得が自動運転車両のそれを上回る可能性がある) と、自動運転システムの普及に大きな障害となることが懸念される。これは、自動運転導入を協調 (以下, Cooperation ; C) 戦略, 人運転車両を裏切り (以下, Defection ; D) 戦略とする社会ジレンマの数理構造によりモデル化できるだろう。本研究は、このような社会ジレンマ構造が存在するのか、もし存在するのならば、それを緩和する自動運転制御ロジックがデザイン出来るのかを検討する。

本研究では、現実の交通流動に対して高い再現性を示すことが確認されている Cellular Automaton である Revised S-NFS モデルを適用し、自動運転車両と人運転車両の混在系の交通流動を再現し、その社会ジレンマ性の存否、ひいては CA 車両とについて報告する。

## 2 モデル概要

### 2-1 人運転車両

人運転車両の前進ダイナミクスは、一旦停止後の再起動の時間遅れ (Slow-to-start 効果)、1 台前だけでなく数台前の車両ダイナミクスを考量して加減速する (Quick start 効果) など現実のドライバー反応を組み込んだモデルである。

Revised S-NFS モデルの 1 時間ステップにおける漸化式表現は以下のように表される。

#### Rule 1. “Acceleration”

$$v_i^{(1)} = \min[V_{max}, v_i^{(0)} + 1] \quad (1)$$

(only if  $g_i \geq G \wedge v_i^{(0)} \leq v_{i-1}^{(0)}$  then Rule 1 is applied)

#### Rule 2. “Slow-to-start”

$$v_i^{(2)} = \min[v_i^{(1)}, x_{i-S_i}^{t-1} - x_i^{t-1} - S_i] \quad (2)$$

(only if  $\text{random}[0, 1] \leq q$  then Rule 2 is applied), and (if  $\text{random}[0, 1] \leq r$  then  $S_i = S$ , else  $S_i = 1$ )

#### Rule 3. “Quick start”

$$v_i^{(3)} = \min[v_i^{(2)}, x_{i-S_i}^t - x_i^t - S_i] \quad (3)$$

#### Rule 4. “Random brake”

$$v_i^{(4)} = \max[1, v_i^{(3)} - 1] \quad (4)$$

(if  $\text{random}[0, 1] < 1 - p_i$  then Rule 4 is applied)

#### Rule 5. “Avoid collision”

$$v_i^{(5)} = \min[v_i^{(4)}, x_{i-1}^t - x_i^t - 1 + v_{i-1}^{(5)}] \quad (5)$$

#### Rule 6. “Moving forward”

$$x_i^{t+1} = x_i^t + v_i^{(6)} \quad (6)$$

但し,  $x_i^t, x_{i-1}^t$ はそれぞれ時刻  $t$ における車両番号  $i$ および  $i-1$  (前方車両) の車両位置,  $v_i^{(0)} (= x_i^t - x_{i-1}^{t-1})$ は現在速度,  $V_{max}$ は最高速度,  $S_i$ は見通し台数である. また, Rule 4 が適応されるか否かに関わるランダムブレーキ確率  $p_i$ は自車両と前方車両との速度差および車間距離に応じて以下で付与する.

$$\text{if } (g_i \geq G) \ p_i = P_1 \quad (7-1)$$

$$\text{if } (g_i \geq G) \ p_i = P_2 \ \text{for } v_i^{(0)} < v_{i-1}^{(0)} \quad (7-2)$$

$$\text{if } (g_i \geq G) \ p_i = P_3 \ \text{for } v_i^{(0)} = v_{i-1}^{(0)} \quad (7-3)$$

$$\text{if } (g_i \geq G) \ p_i = P_4 \ \text{for } v_i^{(0)} > v_{i-1}^{(0)} \quad (7-4)$$

但し,  $G$ はモデルパラメータである車間距離の閾値,  $g_i$ は自車両と前方車両との車間距離,  $v_i^{(0)}$ は自車速度,  $v_{i-1}^{(0)}$ は前方車両の速度を示す. 時間更新はパラレルアップデートを採用する. パラレルアップデートでは流れ方向に対し逆方向に, つまり前方車両から順に後方車両に向かって Rule 5 を適応する. この Rule 5 は全車両が(5)式を満たす迄, 即ち上記のルールで規定される最大移動を達成できるまで繰り返し前方車両から順に Rule 5 を適応する. 従って, この Rule 5 は Multi Agent Simulation への実装上, ループ構造を持つ.

人運転車両は, 以下で定義するインセンティブがあり安全条件を満たせば, 自己利得最大化のために車線変更を行う. 車線変更モデルは既往[2]による.

**インセンティブ基準;**

$$gap_p^f \leq v_i^p - v_{i-1}^p \wedge gap_n^f > v_i^p - v_{i-1}^n \wedge \quad (8)$$

$$gap_n^f > 0$$

**安全条件;**

$$gap_n^b \geq v_{i-1}^n - v_i^p \quad (9)$$

但し,  $v_i^p$ は現在走行している車線  $p$ における自車両の速度,  $v_{i-1}^p$ は車線  $p$ における前方車の速度,  $v_{i-1}^n$ は隣接車両  $n$  (車線変更先車線) における前方車両の速度,  $v_{i+1}^n$ は車線  $n$ における後方車の速度,  $gap_p^f$ は車線  $p$ における前方車両との車間距離,  $gap_n^f$ は車線  $n$ における前方車両車間距離,  $gap_n^b$ は車線  $n$ における後方車との車間距離を示す.

## 2-2 自動運転車両

自動運転車両は車線変更しないと仮定する. また, 自車と前方車がともに自動運転車両であり, ローカル通信により現在位置, 速度, 加減速度に関する相互情報共有が可能な場合と, 自車だけが自動運転車両である場合に分けて考える. 後者の場合は自車の自動運転車両の前進ダイナミクスは前記の Revised S-NFS モデルに従うとする. 前者の場合には, 前記の Revised S-NFS モデル Rule1~4 に代わって以下を適用する.

**Rule . “Modified rule for platoon configuration”**

$$\text{if } (v_i^{(0)} > v_{i-1}^{(1)}) \ v_i^{(1)} = v_i^{(0)} + 1 \quad (10-1)$$

$$\text{if } (v_i^{(0)} = v_{i-1}^{(1)})$$

$$v_i^{(1)} = v_i^{(0)} \quad (\text{for } g_i = 0) \quad (10-2)$$

$$v_i^{(1)} = v_i^{(0)} + 1 \quad (\text{for } g_i \geq 1) \quad (10-3)$$

$$\text{if } (v_i^{(0)} - v_{i-1}^{(1)} \in \{V_1, \dots, V_{max}\})$$

$$\text{then } GAP \in \{gp_1, \dots, gp_{max}\} \quad (10-4)$$

$$v_i^{(1)} = v_i^{(0)} - 1 \quad (\text{for } g_i < GAP) \quad (10-5)$$

$$v_i^{(1)} = v_i^{(0)} \quad (\text{for } g_i \geq GAP) \quad (10-6)$$

但し,  $V_{max} = 5$ とした. 上記中の速度差 $v_i^{(0)} - v_{i-1}^{(1)}$  (但し, 0 ではない場合) は, 車両速度が 0 から $V_{max}$ の離散値を採るので $V_1 = 1, V_2 = 2, V_3 = 3, V_4 = 4, V_5 = V_{max} = 5$ となり, それに応じた  $GAP$  は $gp_1 = 1, gp_2 = 3, gp_3 = 8, gp_4 = 12, gp_5 = gp_{max} = 17$ に設定した. なお, 本 Cellular Automaton のセル長は実長で 7.5m, 時間更新は実時間で 1 秒とした. このルールは情報共有が可能な自動運転車両列は platoon 内の車両は車間距離を極限まで詰めて, 先行車両と同速度で群協調走行することを意味する.

図 1 に人運転車両と自動運転車両のモデル化の概念図を示す.

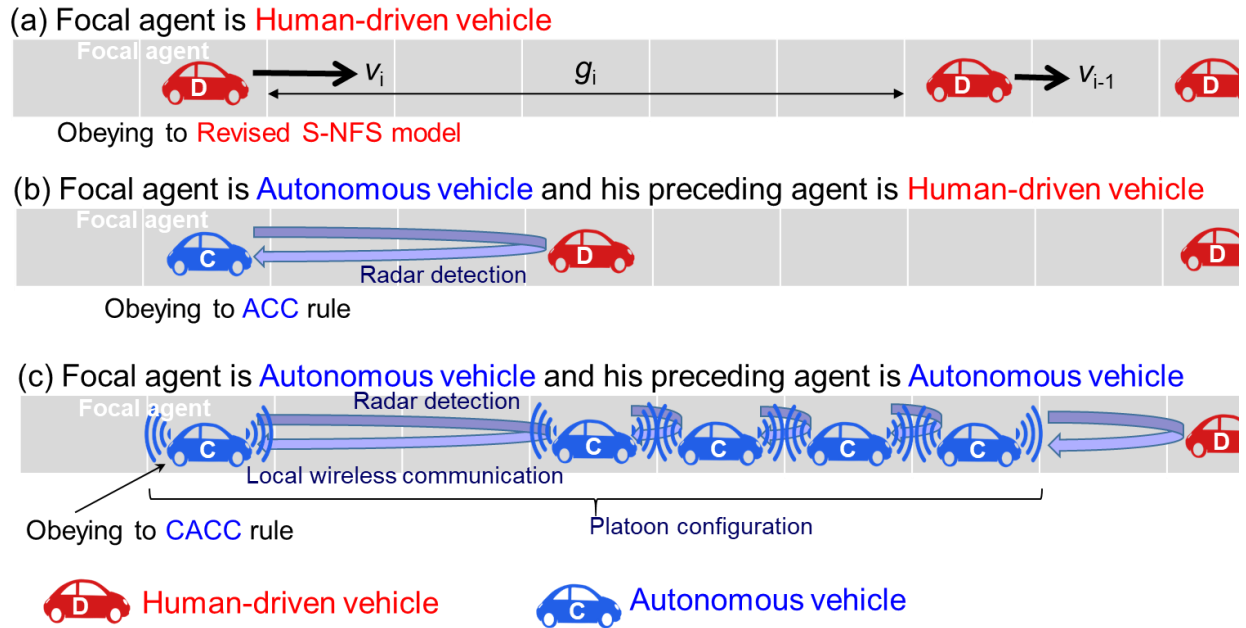


図 1 ; 人運転車両と自動運転車両のモデル化の概要 : 人運転車両は Revised S-NFS モデルにより前進し, インセンティブ及び安全条件を満たせば車線変更を行う. つまり, 隙あれば, 自己利得最大化 (旅行時間最小化) のために車線変更をして流れ場を乱すことを厭わない. よって, 以下では人運転車両を裏切り (Defective; D) エージェント (赤色車両) とする. 一方, 自動運転車両は, レーダーにより先行車両との車間距離観測を行い, 相互の無線通信により, 車間距離や速度, 加速度情報を共有することで, 所謂, Platoon 走行を実現する. クラスタ化が可能となる Platoon 走行の実現は, 流れ場の効率 (フラックスの大小) を改善する. よって, 以下では自動運転車両を協調 (Cooperative; C) エージェント (青色車両) とする.

### 3 人工社会システムにおける数値実験

九州大学スーパーコンピュータシステム ITO 上に 2 で理論構成した MAS モデルを実装し, 人運転車両, 自動運転車を自己駆動粒子として多数した人工社会システムを構築した. 諸元は以下のとおりである.

2 車線系 1 周 500 セル (3.75km に相当) の周期境界を設定した. 系内には, 設定した交通密度に応じて車両を生成, そのうち割合  $P_f$  を自動運転車両, 残りを人運転車両とする.

1 時間ステップの時間発展における取り扱いは以下の通り. (i)すべての車両は, パラレルアップデートに基づき, 上記した人運転車両, 人運転車両に後続する自動運転車両, 自動運転車両に後続する自動運転車両のロジックに基づき速度更新を行う (前進ダイナミクスまでは行わない), (ii)人運転車両について車線

変更のインセンティブ条件を適用，その結果，車線変更するエージェントはウインカーを点滅する（後続車両に車線変更意思を開示），(iii)全車両は位置を更新する，(iv)安全条件を満たすことを確認した上で車線変更表明車両を車線変更させる（具体的には，一旦，現走行車線で前進した位置から隣接車線の真横セルに移動させ，その上で，車線変更後の先行車情報を更新して，すべての車両について Rule 5 を再適用して位置更新する；車線変更ダイナミクスおよび車線変更車両の前進ダイナミクスの完了）。

モデルパラメータの設定値は $q = 0.99$ ,  $r = 0.99$ ,  $S = 2$ ,  $V_{max} = 5$ ,  $P_1 = 0.999$ ,  $P_2 = 0.99$ ,  $P_3 = 0.98$ ,  $P_4 = 0.01$ ,  $G = 15$ とする．人運転車両の最大速度は $V_{max} = 5$ （1セル長 7.5 m，時間発展 1 s の条件から，この値は実速度としては 120 km/h に相当する）とする．一方，自動運転車両は，Case-I として $V_{max} = 5$ ，Case-II として $V_{max} = 4$ を設定した．Case-II では，自動運転車両のクラスター化（Platoon 走行）により向上する交通効率を前提として，安全性の観点から最高速度を低抑化した設定を仮定した．

実際の解析では，初期に車両をランダム配置し，流れ場が安定するまで助走計算（1000 ステップ）し，その後の 100 ステップを擬似均衡として各車両の速度とフラックスを計量し，再び，初期状態から別のエピソードでデータを採取，これを 100 回繰り返す，100 回のアンサンブル平均を採って解析対象統計値とする．

人工社会システム上の数値実験では，交通密度および自動運転車両すなわち CA 車両（協調（C）エージェント）と人運転車両（裏切り（D）エージェント）の混在比（具体的には全車両に対する CA 車両の台数比すなわち協調率）を夫々独立に変えながら，定常後の流れ場解析を行う．

## 4 結果および考察

定常流れ場で観察される特性値解析結果から，両エージェントの平均速度と交通流量（クラックス）を観測する．図 2 が Case-I の自動運転車両と人運転車両混在系，図 3 が Case-II のそれである．図の各パネルは，正規化交通密度が低い場合（a），所謂，メタ安定が生じて自由相から混雑相へ相転移する前後の中密度（b），渋滞である stop-and-go 波が生じる高密度（c）の結果を示し，パネル中の青と赤ラインは自動運転し車両（C エージェント）および人運転車両（D エージェント）の平均利得としての平均速度，黒ラインは社会平均利得を意味する交通フラックスである．

図 2(a)では協調率（自動運転車両の普及率）に依存せず，C，D エージェントとも最高速度（ $V_{max} = 5$ ）を達成し，交通フラックスも最大化され横軸に対して感度を持たない．これは，協調率が流れ場に影響しない状況を意味し，neutral game とよばれるゲーム性がそもそも存在しない系となっていることを示す．図 2(b)では，社会平均利得は協調率 1 すなわち全車両は自動運転車両で占められた場合に達成されるが，C および D エージェントの利得比較では C のそれが D のそれを下回っている．よって，各エージェントが自己利得により戦略を見直すことを許すならば，C 戦略をとるインセンティブはなく，全車両が D 戦略となるだろう．これを進化ゲーム理論では，Nash 均衡が all-defectors-state である，もしくは D 支配の数理構造であると云う．初期にはすべてが人運転車両（D エージェント）である集団に，自動運転車両（C エージェント）が普及していく状況を想定するならば，ゼロ近傍の協調率で C と D エージェントの利得の大小がどうなっているかが問題になる．この点を踏まえると高密度であるパネル(c)の利得構造はやや微妙ではあるが，低協調率下では C エージェントの利得は D エージェントのそれを上回ることは出来ないから，自動運転普及のメリットがないことにおいては中密度帯域（パネル(b)）と同様である．

C エージェントの最高速度を $V_{max} = 5$ とした Case-II の結果（図 3）では，上記の傾向がより顕著である．低密度（パネル(a)）で C エージェントに対して D エージェントの平均利得が大きく劣るのは，自動運転

車両の最高速度を制限した設定からくる。この利得構造は、Nash 均衡が all-defectors-state であり、社会最適状況がやはり all-defectors-state であるから、両者は一致し、数理科学上の社会ジレンマ存在しないことになる。Case-II の低密度域では、自動運転車両を装備することは、いわば、馬鹿を見る行為であり、従前の人運転車両で限度一杯の制限速度で走行する方が社会にとっても遥かに効率的であることを意味する。

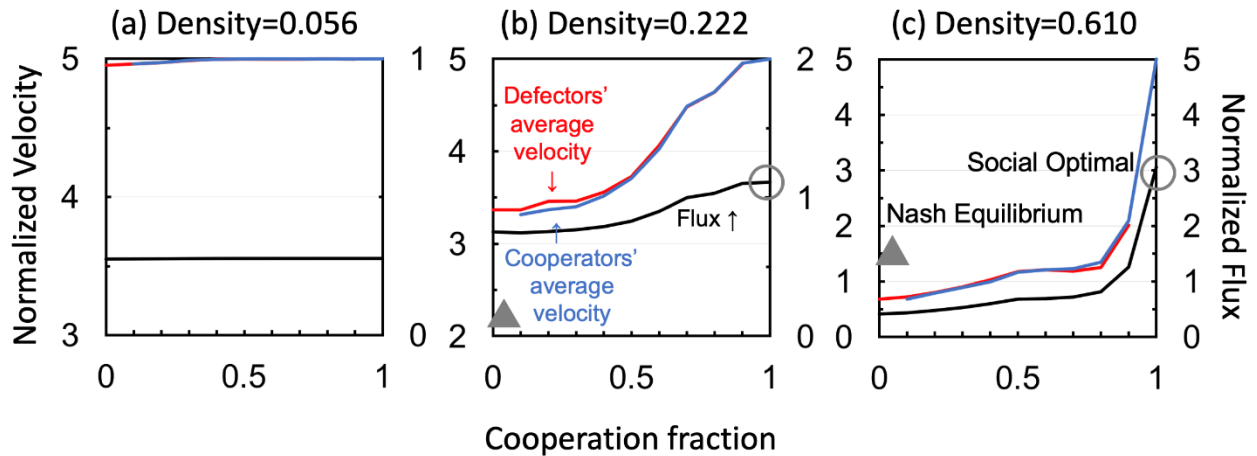


図 2 ; Case-I における利得構造関数：赤ラインと青ラインは、夫々、D エージェント(人運転車両), C エージェント (自動運転車両) の平均利得 (正規化速度; 左軸) を意味する。黒ラインは社会平均利得 (正規化フラックス; 右軸) を意味する。

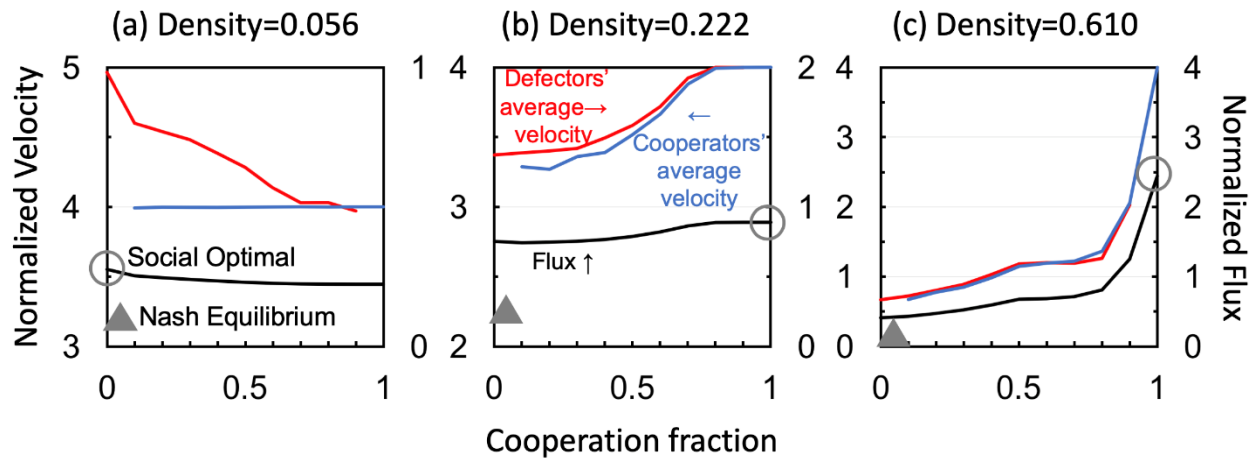


図 3 ; Case-II における利得構造関数

考察を深めるために、社会ジレンマの存否を定量的に評価する Social Efficiency Deficit (SED) の密度依存性を見てみる。SED の定義は、

$$SED = \frac{q_{SO} - q_{NE}}{q_{SO}} \quad (11)$$

ここで、 $q$  は社会平均利得のインデックスである正規化フラックスを意味し、添え字 NE と SO は、夫々、Nash 均衡点および社会最適点で観測した値であることを意味する。

図 4 は Case-I, Case-II の SED を密度に対して描いた結果である。

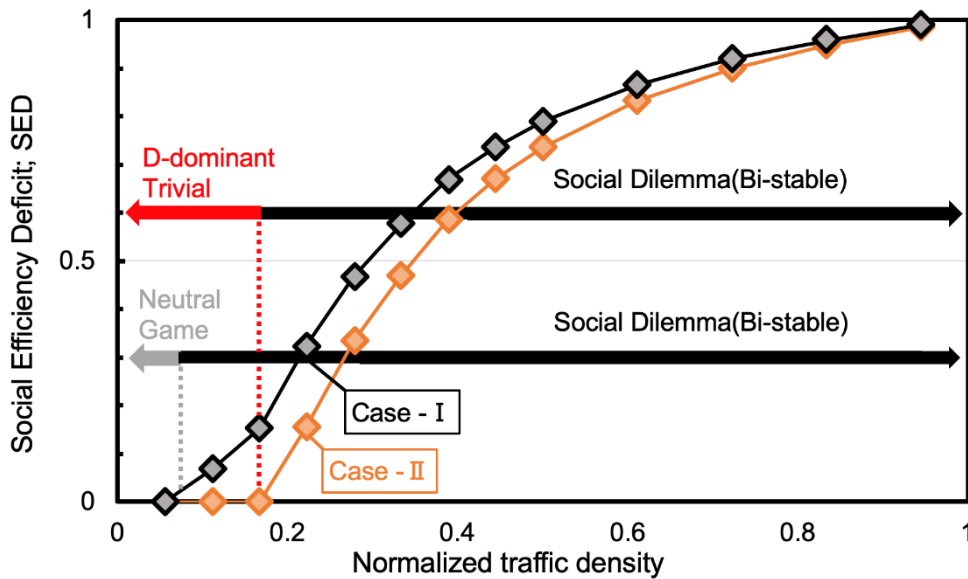


図 4 ; SED の密度依存性.

先述したように、中密度域以上では社会ジレンマが発生する ( $SED > 0$ ) が、低密度域ではゲーム性がそもそも存在しない (C 戦略だろうが、D 戦略だろうが関係ない ; Case-I) か、人運転車両の自動運転車両に対する優越性は揺るがない状況となる。

## 5 結論および提言

自動運転の社会への普及・導入に際して不可避免的に生じる人運転車両と自動運転車との併存状況下では、特に中密度域で社会ジレンマが生じることが実験結果により示唆された。では、自動運転車両は社会的に普及する意味はないのだろうか？ 図 5 は Case-I および Case-II の条件下における自動運転車両と人運転車両の併存比を変えて描いた、所謂、基本図である (正規化交通密度に対する正規化フラックスの関係)。これをみると、いずれの条件設定でも、自動運転車両が 100% を占める状況では、フラックスは密度に対して単調増加傾向を示し、渋滞発生の影響を受けないことが明らかである。自動運転の導入は、グローバルに見ると交通効率を劇的に変える究極の「福音」をもたらすのだ。これは図 1 でも説明した通り、巨大なクラスターの Platoon 走行により、ローカルに生じる stop-and-go 波の生成を抑えることが出来るからである。つまり、自動運転の普及には大きな社会的意義があるわけだ。しかし、図 3、図 4 で示唆された問題点は、普及の初期すなわち協調率が低い領域で C エージェント (自動運転車両) の利得が D エージェント (人運転車両) のそれをより低くなってしまふことである。これは、自動運転導入を個人レベルの利得の大小に委ねている限りは、自動運転は人運転車両の集団に侵入することが出来ないことを意味する。では、普及の可能性はゼロなのだろうか？ そんなことはない。図 2 および図 3(b) から推量されるように、協調率が上がってくれば、C と D の利得差は殆どなくなる。繰り返して述べているように、初期段階に、この社会ジレンマが、普及を阻むのである。だから、公的補助制度によって、自動運転の初期普及率 (これは図 3、図 4 における初期協調率) をある適度上げた状況下から始めればよいのである。この普及初期段階を超えれば、自動運転車両の普及率上昇が社会の効率向上をもたらし、かつ自動運転車両の利得も人運転のそれに劣らない状況になるので、あとはマーケットに委ねておいても、自動運転システムは自然に浸透し

てくことを示唆している。

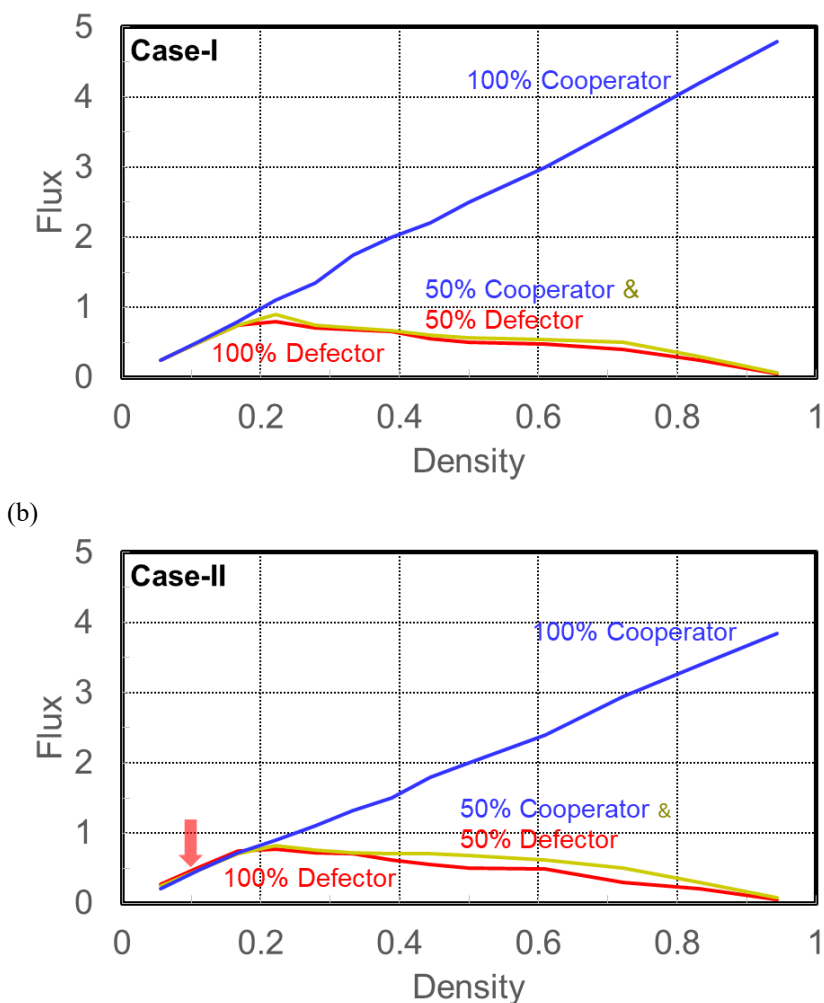


図 5 ; Case-I および Case-II の正規化密度 - 正規化フラックス関係 (基本図)。

本研究により，IoT 技術にサポートされた自動運転システムを現況のモータリゼーション社会（人運転車両で占められている）へ普及する上での問題が明示され，さらにその克服のための社会処方箋を示すことが出来た。

本研究の前提は，物流の基盤となる高速道路上での流れ場解析に主眼を置いている．今後の研究展望としては，信号や右左折などローカルに複雑な車両ダイナミクスが生じる市中交通流動場での解析がありえるだろう。

### 【参考文献】

- [1] Kerner, B. S.; The Physics of Traffic: Empirical Freeway Pattern Features, Engineering Applications, and Theory (Understanding Complex Systems), Springer (Berlin), 2004.
- [2] Tanimoto, J.; Fundamentals of Evolutionary Game Theory and its Applications, Springer (Tokyo), 2015.



- [3] Tanimoto, J.; Evolutionary Games with sociophysics: Analysis of traffic flow and epidemics, Springer (Tokyo), 2019.
- [4] Yamauchi, A., Tanimoto, J., Hagishima, A., Sagara, H.; Dilemma Game Structure Observed in Traffic Flow at a 2-to-1 Lane Junction, *Physical Review E* **79**, 036104, 2009.
- [5] Nakata, M., Yamauchi, A., Tanimoto, J., Hagishima, A.; Dilemma game structure hidden in traffic flow at a bottleneck due to a 2 into 1 lane junction, *Physica A* **389**, 5353-5361, 2010.
- [6] Tanimoto, J., Sagara, H.; Social diffusive impact analysis based on evolutionary computations for a novel car navigation system sharing individual information in urban traffic systems, *Journal of Navigation* **64**, 1-15, 2011.
- [7] Tanimoto, J., Fujiki, T., Wang, Z., Hagishima, A., Ikegaya, N.; Dangerous driver foster social dilemma structure hidden behind a traffic flow with lane change, *Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment*, P11027, 2014.
- [8] Tanimoto, J., Kukida, S., Hagishima, A.; Social dilemma structure hidden behind a traffic flow with lane changes, *Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment*, P07019, 2014.
- [9] Iwamura, Y., Tanimoto, J.; Complex traffic flow that allows lane-changing and hampering intrinsically contains social-dilemma structures, *Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment*, 023408, 2018.
- [10] Tanimoto, J., Xie, A.; Improvement of traffic flux with introduction of a new lane-change protocol supported by Intelligent Traffic System, *Chaos, Solitons & Fractals* **122**, 1-5, 2019.
- [11] Tanimoto, J., Nakamura, K.; Social dilemma structure hidden behind traffic flow with route selection, *Physica A* **459**, 92-99, 2016.
- [12] Tanimoto, J., Sagara, H.; Social diffusive impact analysis based on evolutionary computations for a novel car navigation system sharing individual information in urban traffic systems, *Journal of Navigation* **64**, 1-15, 2011.
- [13] Fu, R., Li, Z., Sun, Q., Wang, C.; Human-like car-following model for autonomous vehicles considering the cut-in behavior of other vehicles in mixed traffic, *Accident Analysis and Prevention* **132**, 105260, 2019.
- [14] Lo, S.-C., Hsu, C.-H.; Cellular automata simulation for mixed manual and automated control traffic, *Mathematical and Computer modelling* **51**, 1000-1007, 2010.
- [15] Kerner, B. S.; Physics of automated driving in framework of three-phase traffic theory, *Physical Review E* **97**, 042303, 2018.
- [16] Yao, Z., Hu, R., Wang, Y., Jiang, Y., Ran, B., Chen, Y.; Stability analysis and the fundamental diagram for mixed connected automated and human-driven vehicles, *Physica A* **533**, 121931, 2019.
- [17] Zhu, W.-X., Zhang, H. M.; Analysis of mixed traffic flow with human-driving and autonomous cars based on car-following model, *Physica A* **496**, 274-285, 2018.
- [18] Sau, J., Monteil, J., Bouroche, M.; State-space linear stability analysis of platoons of cooperative vehicles, *Transportmetrica B: Transport Dynamics* **7**, 18-43, 2019.
- [19] Zhou, Y. J., Zhu, H. B., Guo, M. M., Zhou, J. L.; Impact of CACC vehicles' cooperative driving strategy on mixed four-lane highway traffic flow, *Physica A* **540**, 122721, 2020.
- [20] Ye, L., Yamamoto, T.; Modeling connected and autonomous vehicles in heterogeneous traffic flow, *Physica A* **490**, 269-277, 2018.
- [21] Ye, L., Yamamoto, T.; Evaluation the impact of connected and autonomous vehicles of traffic safety, *Physica A* **526**, 121009, 2019.
- [22] Kokubo, S., Tanimoto, J., Hagishima, A.; A new Cellular Automata Model including a decelerating damping

- effect to reproduce Kerner's three-phase theory, *Physica A* **390**, 561-568, 2011.
- [23] Kukida, S., Tanimoto, J., Hagishima, A.; Analysis of the influence of lane changing on traffic-flow dynamics based on the cellular automaton model, *International Journal of Modern Physics C* **22**, 1-11, 2011.
- [24] Kerner, B. S.; *The Physics of Traffic: Empirical Freeway Pattern Features, Engineering Applications, and Theory (Understanding Complex Systems)*, Springer (Berlin), 2004.
- [25] Nagel, K., Schreckenberg, M.; A cellular automaton model for freeway traffic, *Journal de Physique I.* **2**, 2221-2229, 1992.
- [26] Tanimoto, J., Xie, A.; Improvement of traffic flux with introduction of a new lane-change protocol supported by Intelligent Traffic System, *Chaos, Solitons & Fractals* **122**, 1-5, 2019.
- [27] Technical Report on Research Committee on Appropriate heading distance with a preceding vehicle in highway (written in Japanese), Express Highway Research Foundation of Japan, 2017. <https://www.express-highway.or.jp/research/document/sharyoukannkaku.pdf>
- [28] Md.Rajib, A., Tanaka, M., K.M.Ariful, K., Tanimoto, J.; Interplay between cost and effectiveness in influenza vaccine uptake: a vaccination game approach, *Proceedings Royal Society A* **475**, 20190608, 2019.
- [29] Kabir, KM. A., Tanimoto, J.; Modeling and analyzing the coexistence of dual dilemmas in the proactive vaccination game and retroactive treatment game in epidemic viral dynamics, *Proceedings Royal Society A* **475**, 20190484, 2019.
- [30] Tanimoto, T., Sagara, H.; Relationship between dilemma occurrence and the existence of a weakly dominant strategy in a two-player symmetric game, *BioSystems* **90 (1)**, 105-114, 2007.
- [31] Wang, Z., Kokubo, S., Jusup, M., Tanimoto, J.; Universal scaling for the dilemma strength in evolutionary games, *Physics of Life Reviews* **14**, 1-30, 2015.
- [32] Ito, H., Tanimoto, J.; Scaling the phase- planes of social dilemma strengths shows game-class changes in the five rules governing the evolution of cooperation, *Royal Society Open Science*, 181085, 2018.